

文章编号: 1000-7598 (2012) 03-0913-06

多孔介质中气泡尺寸对流动阻力的影响

朱前林, 李小春, 魏 宁, 胡海翔

(岩土力学与工程国家重点实验室 中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉 430071)

摘 要: 多孔介质中的泡沫能够封堵某些孔道, 降低气体流动性。由于直接观察多孔介质中的泡沫流动比较困难, 所以关于泡沫流动性与气泡尺寸之间的关系研究较少。利用 Navier-Stokes 方程与守恒的水平集方法耦合模拟孔隙介质中气泡尺寸对流动阻力的影响, 结果证实, 气泡尺寸是影响流体阻力的重要因素。当气泡半径小于孔喉半径时, 气泡不受孔道约束, 气泡流动过程中流动阻力较稳定, 此时含气泡流体流动阻力与纯液态流体流动阻力相等, 所以小于孔喉尺寸的气泡对孔道无封堵作用。当气泡半径大于孔喉半径时, 孔道影响气泡变形, 其流动阻力存在波动性, 最大流动阻力随气泡体积变大呈线性增加。当气泡体积增加到使最大流动阻力达极大值时, 继续增大气泡体积, 最大流动阻力随气泡体积增大而线性降低。最大流动阻力随气泡体积增大而线性增大与减小变化具有周期性, 周期为单位孔体体积。

关 键 词: 水平集法; 泡沫流动; 气液界面; 数值模拟

中图分类号: O 35

文献标识码: A

Influence of bubble size on fluid resistance in porous media

ZHU Qian-lin, LI Xiao-chun, WEI Ning, HU Hai-xiang

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Foam in porous media can plug some pore channels and reduce gas mobility. Direct observation of foam flow patterns in porous media is difficult and therefore research on relationships between gas mobility and bubble size is scarce. The influence of bubble size on fluid resistance in porous media is simulated using the Navier-Stokes equation combined with the conservative level set method. The computational results reveal that the effect of bubble size on flow resistance is pronounced. The pore wall cannot constrain bubble deformation when size of the bubble is smaller than that of the pore throat. In that case, the flow resistance is steady in the flow and is the same as resistance of the single-phase liquid flow. Therefore, small bubbles cannot plug pore channels. The pore channel constrains bubble deformation when size of the bubble is larger than that of the pore throat; and the flow resistance is fluctuant in the flow. The maximum resistance increases linearly with the increase of bubble volume. When the flow resistance reaches the maximum, it decreases linearly with the increase of bubble volume. Alternation of the increase and decrease of the maximum resistance is periodic; and the period is unit pore-body volume.

Key words: level set method; foam flow; gas-liquid interface; numerical simulation

1 引 言

在多孔介质中, 气泡能够抑制气体流动, 封堵某些孔道。加入泡沫能调节某些通道流体流动, 减小石油开采、土壤污染修复等工程中常见的非均匀多孔介质中优势流问题。如在石油开采中, 采用注入低黏度液体(如水)或气体(如二氧化碳、氮气)驱替石油, 但这些流体更易从高渗透区孔隙流走,

低渗透区石油得不到有效驱替, 而通过注入泡沫则可增加高渗透区流体流动阻力, 使更多驱替流体向低渗区流动, 增加流体对低渗区的波及效果, 提高油藏采收效率^[1]。多孔介质中泡沫流动也是二氧化碳地质封存中常见的现象。

泡沫流体中, 气相分散在液相中具有离散性, 液相连续。多孔介质中流动的泡沫一般被看作气液两相是分开流动的, 液膜能够降低气相流动性, 而

收稿日期: 2010-12-08

基金项目: 国家自然科学基金资助(No.40902073, 50904061)。

第一作者简介: 朱前林, 男, 1982年生, 博士研究生, 主要从事多相渗流理论研究。E-mail: zqlgeo@163.com

连续的液相不受影响,只取决于其饱和度^[1]。在气-液界面表面张力影响下,气泡在一定的压力梯度下能静止在孔喉处,只有当压力超过某一临界最大压力梯度才能使气泡穿越孔喉^[2-3],这一压力梯度将直接决定着气泡流动性,影响气泡对孔道的封堵。多孔介质中的泡沫流动性受很多复杂因素影响,如液膜性质、孔隙几何条件、注入条件等,这些因素主要影响气泡尺寸即泡沫质地(foam texture)从而改变泡沫的流动性^[4-7]。目前由于试验手段不足,很难直接观察到气泡在孔隙内部的运移过程^[8],有关气泡尺寸与气泡流动性之间的关系研究的报道也很少^[7]。

试验手段的不足显现了数值方法的重要性与必要性,数值模拟结果能够成为许多复杂工程问题的先导,为试验及工程分析提供参考。气泡对孔隙的封堵具有累加效应^[9],对单气泡尺寸对流动阻力的影响研究将有助于加深对泡沫流动阻力的认识。为此,本文采用数值模拟方法研究不同尺寸气泡在孔隙介质中的运动过程及其对流动阻力的影响。

2 模型建立

2.1 几何模型简化

自然界中多孔介质的孔隙结构复杂,在理论研究中,一般以理想的孔隙几何模型为基础。本文以如图 1(a)所示的理想球形颗粒六方紧密堆积体(四面体堆积)形成的孔隙介质为研究对象,其形成的孔隙如图 1(b)所示。本文目的在于研究气泡尺寸对流动阻力的影响,将多孔介质孔隙简化为平行的毛细管束是常见的模型简化方法,本文借鉴此简化方法,将气泡的流动通道简化为变截面毛细管。毛细管半径取孔隙内切球半径,孔喉半径为 3 球相切所围成的多边形内切球,半径 $R_p = (2\sqrt{3} - 3)R/3$,孔体最大半径取 4 球相切所围成空间的内切球半径 R_B , $R_B = (\sqrt{6} - 2)R/2$,其中 R 指构成多孔介质的球体颗粒半径,简化后的孔道如图 1(c)所示。

2.2 界面运动研究方法

孔隙介质中的泡沫流体是涉及气-液界面运动的两相流,其气-液界面张力对流动影响无法忽略。对孔隙中泡沫流动过程进行模拟的难点在于对界面运移及表面张力的数值描述,这也成为能否反映孔隙中气泡真实流动特征的关键。目前研究运动界面变化主要有 Lagrange 方法与 Euler 方法两种研究方式,这两种方式分别被称为界面追踪与界面捕捉方法。

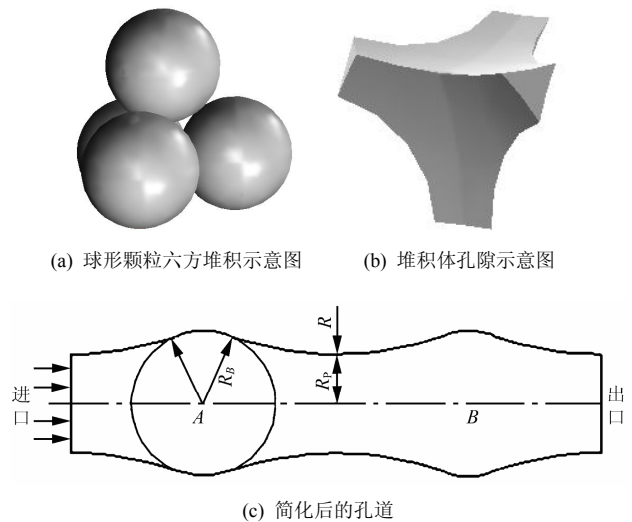


图 1 孔隙简化示意图

Fig.1 Diagrams of simplified pore

基于 Lagrange 法应用广泛且效果较好的是 MAC (marker and cell) 法,此方法是在界面上设置一定数量的标记点(marker particle),通过研究标记点的运动过程,从而实现对运动界面的跟踪。MAC 法最严重的缺陷在于当界面演化多个时间步长后,当标记点位置分布变得不均匀时将无法反映新的运动界面空间位置,此方法也很难描述标记点之间的界面突变,并且随着界面局部区域的合并与分散,标记点将发生聚集重叠或分散,这时需要手动介入删除或增加标记点^[10],且此方法也很难向高维空间推广。

基于 Euler 法的有 VOF 法(volume of fluid method)和水平集法(level set method)。在不可压缩的两相流模拟中,VOF 法得到了广泛应用。在 VOF 法中,界面通过色函数反映。色函数定义为网格单元中某一相流体的体积比,当网格单元中为某单一流体时,色函数设为 0 或 1,而色函数介于 0~1 之间的网络通过重构处理可反映两相流界面,色函数的变化可反映界面的运动演化。VOF 法具有守恒性,能够处理界面复杂拓扑变化。但其最大缺陷在于色函数是一个非连续函数,计算过程中精度很难提高,且无法精确描述诸如界面法向量、界面曲率等参数^[11],具体的方法细节可参阅文献[12-13]。

水平集方法最早(1988年)由 Osher 与 Sethian^[14]提出,这种方法将运动界面位置表示成高一维函数的零等值线(面) $\phi(\bar{x}, t) = 0$,此函数满足在界面附近保持单调性,常取点到界面的符号距离(signed distance)。因而求出每一时刻函数 $\phi(\bar{x}, t)$ 的值,其

零等值线(面)即为界面位置。相比与 VOF 法的色函数, $\phi(\bar{x}, t)$ 具有连续性, 这也使其在计算数值方法选择上更具灵活性。通过对 $\phi(\bar{x}, t)$ 在零等值线处进行简单求导等操作即可精确得出界面法向量、切向量、界面曲率等几何参数。根据研究对象特点, 为了更精确地反映界面张力对气泡流动影响, 本文采用水平集法对气液界面的运移进行研究, 结合流体力学动量方程及连续方程对气泡在孔隙介质中运动过程进行研究。

2.3 守恒的水平集法及流动控制方程

传统的水平集方法中将水平集函数 $\phi(\bar{x}, t)$ 定义为符号距离:

$$|\phi(\bar{x}, t)| = d(\bar{x}) = \min_{x_i \in i} (|\bar{x} - \bar{x}_i|) \quad (1)$$

式中: i 为两相流体的界面。在界面的一侧, 函数 $\phi(\bar{x}, t) > 0$; 在界面的另一侧, $\phi(\bar{x}, t) < 0$; 在界面上, $\phi(\bar{x}, t) = 0$ 。随着时间变化, 水平集函数 $\phi(\bar{x}, t)$ 的移动演化表达式为

$$\phi_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为流体的速度场, 在界面处也即界面移动速度; t 为时间, 下标表示对 t 的时间偏导数; ∇ 为拉普拉斯算子。在界面运动过程中, 界面的拓扑变化常使 $\phi(\bar{x}, t)$ 变化, 而不再满足符号距离函数特点^[15], 在计算中需要增加中间步骤对 $\phi(\bar{x}, t)$ 进行调整, 可通过求解如下方程至稳定 ($\tau \rightarrow \infty$):

$$\phi_\tau = \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + h^2}} (1 - |\nabla \phi|) \quad (3)$$

式中: ϕ_0 为界面重新初始化前由式 (2) 计算的结果; h 为计算空间步长; τ 为区别于界面演化时间 t 的界面初始化时间变量, 下标表示对时间偏导数。通过求解式 (3) 至稳定对界面位置两侧的 $\phi(\bar{x}, t)$ 进行调整, 其目的是保证 $\phi(\bar{x}, t) = 0$ 位置不变, 使 $\phi(\bar{x}, t)$ 满足 $|\nabla \phi| = 1$, 即 ϕ 仍保持为符号距离。但这种水平集计算方法存在的最大问题是符号距离函数的推进及符号距离重新初始化过程都是一种非守恒方式, 由 $\phi(\bar{x}, t) = 0$ 所围成的区域相含量在推进过程中不守恒, 出现因数值计算造成某相流体的含量增加或缺失^[11, 16], 为此 Olsson 与 Kreiss^[11, 17] 对水平集函数进行了修正, 保证了计算过程中的相质量守恒。此方法将原来的将符合距离函数作为水平集函数的方法变为由经光滑处理的 Heaviside 函数 $\tilde{\phi}(\bar{x}, t)$ 来代替, 即

$$\tilde{\phi}(\bar{x}, t) = \begin{cases} 0, & \phi(\bar{x}, t) < -\varepsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right), & -\varepsilon < \phi(\bar{x}, t) < \varepsilon \\ 1, & \phi(\bar{x}, t) > \varepsilon \end{cases} \quad (4)$$

式中: ε 表示界面厚度值的 1/2, 可以取为网格尺寸的某一比例^[11]。变换后的水平集方法将界面位置变为由 $\tilde{\phi}(\bar{x}, t) = 0.5$ 的等值线(面)表示。界面法向量 $\mathbf{n}$ 与曲率 $\mathbf{k}$ 通过界面处 $\tilde{\phi}(\bar{x}, t)$ 表示为(下面直接使用省略 $\tilde{\phi}$ 上标的 ϕ 来表示新的水平集函数)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} &= \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \Big|_{\phi=0.5} \\ \mathbf{k} &= -\nabla \cdot \mathbf{n} \Big|_{\phi=0.5} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

不考虑气相压缩性及流体重力对流动的影响, 流体动量方程采用不可压缩的 Navier-Stokes 方程描述为

$$\rho \mathbf{u}_t + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot \left\{ -p \mathbf{I} + \eta \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right] \right\} + \mathbf{F}_{sv} \quad (6)$$

连续性条件为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

式中: $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; p 为压力场。水平集函数的守恒演化过程描述方程为

$$\phi_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \frac{1}{\mu} \nabla \cdot [\varepsilon \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \mathbf{n}] \quad (8)$$

式中: μ 为界面重新初始化参数, 用于稳定界面剖面形状。流场流体密度 ρ 及流体动力黏度 η 用水平集函数表示为

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_l + (\rho_g - \rho_l) \phi \\ \eta &= \eta_l + (\eta_g - \eta_l) \phi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: 下标 l 、 g 分别表示液相与气相流体, 对于气相, $\phi > 0.5$, 液相 $\phi < 0.5$; $\mathbf{F}_{sv}$ 为将表面张力等效到气-液界面有限厚度流体范围内而形成的体积化的表面张力^[11, 17-18]

$$\mathbf{F}_{sv}(\bar{x}) = \sigma \delta(-\nabla \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (10)$$

式中: σ 为表面张力系数 (N/m); δ 为集中在界面附近的狄拉克函数, 可以用 $\delta = 6|\nabla \phi| \phi(1 - \phi)$ 表示, 此函数保证了 $\int_0^1 \mathbf{F}_{sv} d\phi = \sigma$ 。体积化的表面张力 $\mathbf{F}_{sv}$ 不依赖网格尺寸, 并且此界面张力集中在界面附近有限厚度 ε 范围内。

3 计算及结果分析

本文分别取粒径为 1、2 mm 的球形颗粒六方紧

密堆积体孔隙进行研究,气-液界面张力系数 σ 取标准状态下含浓度为 0.4%的发泡剂 SAS60(仲烷基磺酸钠)时水溶液界面张力系数 $3.59 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ 。气泡气相为标准状态下的空气,其密度 $\rho_g = 1.2 \text{ kg/m}^3$ 与动力黏度 $\eta_g = 1.82 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,液相密度与动力黏度设为标准状态下液态水,分别取 $\rho_l = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 $\eta_l = 1 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$,忽略流体重力及气体压缩性对流动的影响。COMSOL Multiphysics 是一种有限元求解软件,可以方便地实现多偏微分方程的耦合计算。本文水平集函数推进方程与 Navier-Stokes 方程耦合方程系统采用 COMSOL 软件求解。

气泡在多孔介质中稳定流动时,气泡一般与孔体尺寸大小接近^[19],本文只对体积在 2.5 倍孔体体积范围内的气泡进行研究。建立轴对称模型,图 1(c)左侧设为流体入口,注入液相流体,其法向流速设为 0.02 m/s ,右侧设为出口,压力为 0。在图 1(c)中 A 点处设置不同直径的气泡,在注入流体推动下,气泡将从一个孔体中心 A 点移动到另一孔体中心 B 点,记录此流动过程中入口处平均压力变化,以此压力变化反映气泡在孔道中的流动阻力变化。颗粒表面设为浸润边界,此类边界满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{\text{wall}} &= 0 \\ \mathbf{F}_{\text{fr}} &= -\frac{\eta}{\beta} \mathbf{u} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{n}_{\text{wall}}$ 为颗粒表面单位法向量; $\mathbf{F}_{\text{fr}}$ 为流体与孔道表面的滑动摩擦力; β 为滑移距离参数,一般取单元边长^[20]。Navier-Stokes 包含界面张力项 $\mathbf{F}_{\text{sv}}$,在有限元计算中,对此方程利用试函数在求解域 Ω 中进行积分时,对其进行分步积分,将引入对其边界 $\partial\Omega$ 的约束

$$\oint_{\partial\Omega} \hat{\mathbf{u}} \cdot [\sigma(\mathbf{n}_{\text{wall}} - \mathbf{n} \cos\theta) \delta] \text{d}s \quad (12)$$

式中: $\hat{\mathbf{u}}$ 为试函数; θ 为固相表面与气液界面的接触角,其定义如图 2 所示; $\text{d}s$ 为边界上的微元。对于地层组成材料,通常都是可被水浸润。水浸湿这些表面后,当气泡再从此表面经过时则可以认为是全润湿界面,即接触角 θ 取为 180° 。Heaviside 平滑过渡厚度设为两个网格边长,即 ε 为一个网格边长。气液界面厚度很小,为了减少界面张力体积化后所带来的影响,网格划分在满足计算网格独立性条件下应尽量密。速度 $\mathbf{u}$ 、水平集函数 ϕ 采用二阶的拉格朗日插值,压力 p 采用线性插值。

在起始点 A 设置气泡时,当气泡半径小于最大孔体半径时,气泡不受孔道壁限制,形状保持为球形。当气泡半径超过孔体最大半径,气泡将发生变

形,此时气泡半径用等效半径来表示,即用与变形气泡的体积相同的球形气泡半径来表示。气泡运动位置用几何形心表示,将气泡起点到终点距离取为单位 1,对距离无量纲化处理,用距离起点 A 的相对位置来表示气泡所处位置。

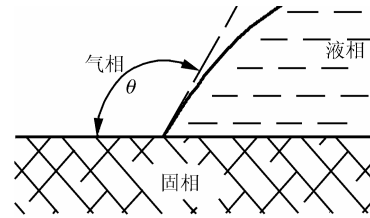
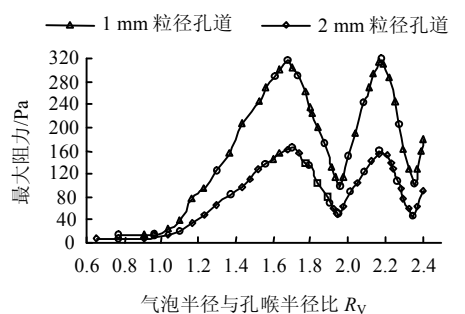


图 2 接触角定义示意图
Fig.2 Definition of contact angle

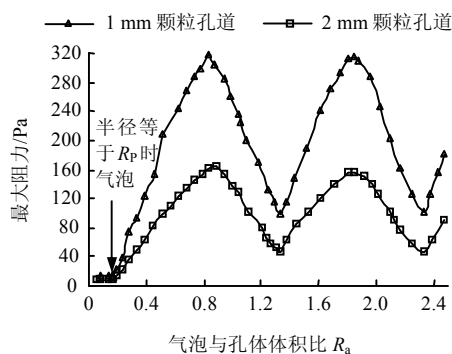
大于孔体半径的气泡在初始时刻 A 点处于变形状态,初始时刻形态很难确定,对于这些气泡,计算中气泡初始形态用适当半径的球与孔道相交后的几何体形态代替,计算表明,在计算开始瞬间,气泡即在表面张力作用下完成自适应调整达到真实形态。气泡流动的最大阻力直接影响气泡对孔隙的封堵能力,最大阻力对气泡半径变化较敏感,为了能够反映最大阻力随气泡半径增减的变化细节,研究的气泡半径间隔取值较密。最大阻力随气泡半径与孔喉半径比值变化关系如图 3(a)所示。将横坐标换成气泡体积与孔体体积比 R_v ,不同半径气泡流动过程中的最大阻力表现出跟气泡与孔体体积(1、2 mm 粒径孔体体积分别为 0.011 、 0.086 mm^3)的比值之间有规律性关系,不同 R_v 气泡流动最大阻力值如图 3(b)所示。

由于选取的气泡半径间隔较小、数量较多,为绘图清晰,根据流动过程阻力变化曲线形状分别选取具有代表性的气泡在流动过程中的阻力变化曲线,选取的这些气泡所对应的最大阻力值在图 3(a)中用圆点表示。为了便于对比气泡对流体阻力的影响,同时计算了相同边界条件下无气泡时流体流动阻力,不同半径气泡运动过程中流动阻力与气泡位置关系如图 4 所示。

图 4 流动阻力随气泡位置变化曲线表明:当气泡半径小于孔喉半径(1、2 mm 粒径孔道孔喉半径分别为 0.077 、 0.154 mm)时,孔喉无法束缚气泡,流动过程中流体阻力稳定,受气泡位置影响较小,与无气泡时流体阻力相同,说明气泡小于孔喉半径时,气泡对孔道没有封堵作用;当气泡半径大于孔喉半径时,流动过程中阻力随气泡位置变化产生波动性,此时气泡对孔隙的封堵能力增加明显,表现为随气泡半径增加,流体最大流动阻力的增加明显。

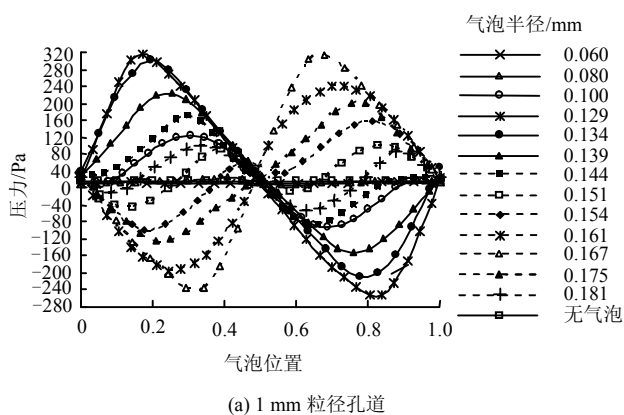


(a) 不同半径气泡的最大流动阻力

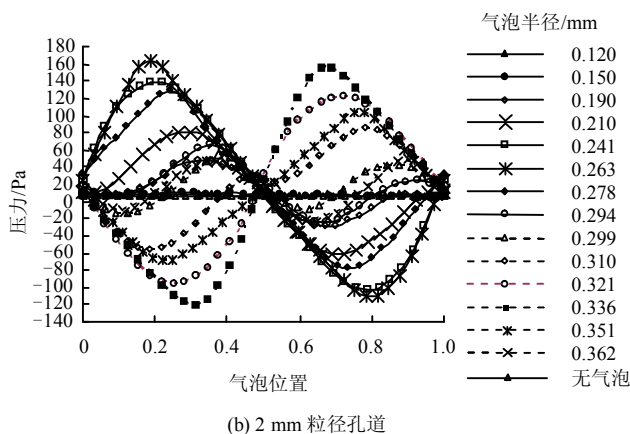


(b) 最大流动阻力与气泡体积关系

图3 最大流动阻力与气泡半径及体积关系
Fig.3 Relationships between the maximum flow resistance and the radius and volume of bubbles



(a) 1 mm 粒径孔道



(b) 2 mm 粒径孔道

图4 不同半径气泡的流动阻力随气泡所处位置变化关系
Fig.4 Flow resistances varying with position of bubbles of different radii

图3中两种粒径孔道中不同半径气泡的最大流动阻力表明:当气泡半径大于孔喉半径时,最大流动阻力随着气泡体积的增大而呈线性迅速增大,当气泡半径增大到使流体最大阻力达峰值时,此时气泡对孔道封堵能力最大;当气泡体积继续增大超过使孔道达最大封堵效果时的气泡体积,随着气泡体积增加,流体最大阻力随着气泡体积增大呈线性减小,并且这种随气泡体积增加,流体最大阻力的增加与减少的交替变化呈周期性,周期为一个孔体体积。由于气泡封堵效果具有累加效应^[9],而最大阻力随气泡体积变化具有周期性,这说明将跨多个孔体体积的长气泡截断成若干个小体积气泡将增大对孔道封堵能力,这解释了为何在充满含表面活性剂液体的多孔介质中注入气体时,若入口处气体处于长条状,则压力梯度很少;随着气体的运移,气体在孔隙不断被截断,生成气泡并细化,气泡封堵能力增加,所以压力梯度是在离气体注入口一定范围外才出现增大现象^[19]。

在注入液体驱动下,气泡向前运移。对于半径大于孔喉半径的气泡,气泡变形受孔道约束,流动过程中气泡前后侧液膜曲率随孔径不断变化,流体阻力也随之相应变化,阻力的变化受气泡前后侧液膜曲率大小及位置影响。液膜曲率决定表面张力大小,而液膜位置决定了表面张力是促进还是抑制气泡前进。气泡运移到适当位置处可使流体阻力达最大值,此时液膜总体表现为抑制气泡前进作用且抑制作用最大化。

在简化后的孔道中,单纯从液膜前后两侧曲率来分析,液膜存在最大抑制气泡前进位置必然相应存在最大促进气泡前进位置。液膜促进气泡前进作用使图4中入口压力出现了负值,即负的阻力值。

当气泡到达最大阻力位置后,在流体驱动作用下继续前进,液膜由抑制气泡前进作用位置渐渐开始移动到促进气泡前进位置。气泡前后两侧液膜曲率大小及位置关系能使气泡具有前进趋势,由于入口流速较小且为定值,气泡前进趋势使气泡后侧形成吸力,在入口处表现为负压力。气泡能达到的最大阻力值越大,相应产生的负压力也越大。

文中通过取内切圆方式对孔道进行了简化,未考虑孔道尖角对气泡的影响。现实中这些孔道尖角被液体所充填,它是液体的流动通道,气泡流动过程中出现的吸力将影响这些尖角液体的流动,而这一过程又将影响大气泡的截断细化,这是一个复杂的流动过程,对此笔者将在以后的工作中作深入研究。

4 结 论

(1) 利用守恒的水平集法与 Navier-Stokes 方程耦合方程对单气泡在简化后的变截面孔道中流动过程进行了模拟,直观地反映了气泡在孔隙中的流动过程,其结果证实气泡的尺寸对流动过程影响较大。

(2) 当气泡半径小于孔喉半径时,气泡在流动过程中阻力随气泡位置变化很小。气泡半径大于孔喉半径后,流动过程中阻力随气泡位置变化,压力具有波动性。

(3) 小于孔喉的气泡对流动的阻力没有增加作用。当气泡半径大于孔喉半径时,随着气泡半径增大,气泡流体的最大阻力随气泡体积增大呈线性增加。当气泡体积增大到使最大阻力值达峰值时,气泡体积继续增加,其最大阻力值将随气泡体积增加呈线性下降。最大阻力随气泡体积增加而线性增加与减小的变化呈周期性,其周期为一个孔体体积。

参 考 文 献

- [1] KOVSCEK A R, PATZEK T W, RADKE C J. A mechanistic population balance model for transient and steady-state foam flow in Boise sandstone[J]. **Chemical Engineering Science**, 1995, 50(23): 3783—3799.
- [2] FALLES A H, MUSTERS J J, RATULOWSKI J. The apparent viscosity of foams in homogeneous bead packs[J]. **SPE Reservoir Engineering**, 1989, 4(2): 155—164.
- [3] KIM J S, DONG Y, ROSSEN W R. Steady-state flow behavior of CO₂ foam[J]. **SPE Journal**, 2005, 10(4): 405—415.
- [4] ROSSEN W R, ZEILINGER S C, SHI J X, et al. Simplified mechanistic simulation of foam processes in porous media[J]. **SPE Journal**, 1999, 4(3): 279—287.
- [5] HIRASAKI G J, LAWSON J B. Mechanisms of foam flow in porous media: Apparent viscosity in smooth capillaries[J]. **SPE Journal**, 1985, 25(2): 176—190.
- [6] KOVSCEK A R, BERTIN H J. Foam mobility in heterogeneous porous media[J]. **Transport in Porous Media**, 2003, 52(1): 37—49.
- [7] APAYDIN O G, KOVSCEK A R. Surfactant concentration and end effects on foam flow in porous media[J]. **Transport in Porous Media**, 2001, 43(3): 511—536.
- [8] ZITHA P J. Foam drainage in porous media[J]. **Transport in Porous Media**, 2003, 52(1): 1—16.
- [9] NGUYEN Q P. Dynamics of foam in porous media[D]. Netherlands: Technische Universiteit Delft, 2004.
- [10] ENRIGHT D, FEDKIW R, FERZIGER J, et al. A hybrid particle level set method for improved interface capturing[J]. **Journal of Computational Physics**, 2002, 183(1): 83—116.
- [11] OLSSON E, KREISS G. A conservative level set method for two phase flow[J]. **Journal of Computational Physics**, 2005, 210(1): 225—246.
- [12] HIRT C W, NICHOLS B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries[J]. **Journal of Computational Physics**, 1981, 39(1): 201—225.
- [13] RUDMAN M. Volume-tracking methods for interfacial flow calculations[J]. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, 1997, 24(7): 671—691.
- [14] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations[J]. **Journal of Computational Physics**, 1988, 79(1): 12—49.
- [15] SUSSMAN M, SMEREKA P, OSHER S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow[J]. **Journal of Computational Physics**, 1994, 114(1): 146—159.
- [16] SUSSMAN M, PUCKETT E G. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows[J]. **Journal of Computational Physics**, 2000, 162(2): 301—337.
- [17] BRACKBILL J U, KOTHE D B, ZEMACH C. A continuum method for modeling surface tension[J]. **Journal of Computational Physics**, 1992, 100(2): 335—354.
- [18] OLSSON E, KREISS G, ZAHEDI S. A conservative level set method for two phase flow II[J]. **Journal of Computational Physics**, 2007, 225(1): 785—807.
- [19] NGUYEN Q P, ALEXANDROV A V, ZITHA P L, et al. Experimental and modeling studies of foam in porous media: A review[C]//SPE International Symposium on Formation Damage Control. Louisiana: Society of Petroleum Engineers, Inc., 2000: 23—24.
- [20] EMADI A, WU H, GRABARNIK S, et al. Vertically tapered layers for optical applications fabricated using resist reflow[J]. **Journal of Micromechanics and Microengineering**, 2009, 19(7): 074014.